ZARAGOZA con otros ojos

RUTAS MATEMÁTICAS II

Las matemáticas en el centro

SOLUCIONARIO

Fernando Corbalán Yuste

RUTA POR ZARAGOZA: LAS MATEMATICAS EN EL CENTRO

Comentarios y reflexiones para profesor@s

El objetivo fundamental de esta Ruta Matemática es mostrar la presencia de las matemáticas en diferentes aspectos de la vida diaria de los alumnos. Hacer ver con hechos y reflexiones que si las matemáticas desempeñan un papel fundamental en la escuela es porque también lo tienen en la vida cotidiana.

En cada uno de los lugares se proponen actividades que tienen que realizar, que harán acompañados de sus profesores y de un monitor. En la visita programada solo dará tiempo a realizar unas pocas de las muchas que hay en el folleto. El resto podrán hacerse en otros momentos del año o en años sucesivos, en la calle, en clase o en casa. Pienso que es interesante que la visita no suponga un hartazgo de matemáticas sino un recorrido ligero que deje a participantes con ganas de repetirla, por el mismo u otro procedimiento. Y que contribuya a despejar la mente para ir viendo matemáticas en lo sucesivo.

A continuación hay comentarios y reflexiones sobre los lugares y sus actividades que pretenden ilustrar sobre el punto de vista con el que se diseñaron y aportar ideas para hacer una visita más placentera y más provechosa. No es un solucionario al uso porque la mayoría de las actividades no tienen una respuesta definida y única, aunque también se aportan soluciones precisas en aquellos casos en los que es posible. Hay que pensar que la mayoría de las actividades no son ejercicios de solución única, sino propuestas para reflexionar, algo que puede hacerse en muchos sentidos diferentes.

Esta Ruta Matemática se enmarca en un objetivo fundamental de la educación matemática: mostrar la presencia y la importancia de las matemáticas en la vida diaria (fuera del sistema escolar). Y en particular se pretende continuar con ella el largo proceso de enfoque de unas gafas matemáticas que permitan ver en la realidad que nos rodea (no solo, pero también) matemáticas. Y en este caso en los recorridos por la ciudad que nos acoge y en la que vivimos.

¿Por qué hemos elegido este título?

Hemos llamado a esta ruta **LAS MATEMATICAS EN EL CENTRO** por varias razones:

- Porque tiene lugar en el centro de la ciudad
- Porque comienza en el centro de estudio
- Porque las matemáticas son el centro de atención

En el pequeño recorrido físico que supone, necesitarán

- Sitio donde escribir
- Útiles de dibujo
- Algo para escribir
- Útiles de medida

pero, ¡sobre todo!, y como en el resto de las actividades matemáticas

- Mente despierta
- Ojos abiertos

En la Ruta nos hemos limitado a seis aspectos matemáticos

FORMAS
LLENAR EL PLANO
NÚMEROS
LOGOTIPOS
SIMETRÍA
MATEMÁTICA CALLEJERA
ESTADÍSTICA

En el de **FORMAS** hay preponderancia de las planas, así como elementos para conseguir formas espaciales. En **LLENAR EL PLANO** queremos poner de manifiesto algunas de las maneras en que se puede lograr utilizando un motivo mínimo repetido: mosaicos, rejas, celosías (a los que se podrían añadir en el entorno habitual el diseño de telas o los esgrafiados, por ejemplo). Además de destacar la importancia de los **NUMEROS** en la vida diaria, queremos incitar a reflexionar sobre las diferentes funciones que cumplen. Los **LOGOTIPOS** son una muestra concreta en nuestra sociedad de la información de que las matemáticas (en concreto la geometría) tienen un papel importante fuera de las aulas. La **SIMETRIA** pretende poner de manifiesto que casi todos los objetos que manejamos, las obras artísticas y las construcciones humanas tienen en cuenta la simetría, quizás como reflejo de que nosotr@s somos aproximadamente simétric@s. La **ESTADISTICA** es la parte de las matemáticas que más va a influir en la vida de l@s futur@s ciudadan@s y se tiene que aprender y utilizar en todos los niveles y a todas las edades. En **MATEMATICA CALLEJERA** nos asomaremos a diferentes aspectos que no tienen cabida directa en ninguno de los otros apartados.

Pasamos a hacer los comentarios focalizados en cada uno de los lugares del recorrido.

ESCALERAS

La fórmula legal que tienen que cumplir las escaleras es que el doble de la altura de cada escalón más la longitud de la huella (donde se pone el pie) esté comprendido entre 60 y 65 centímetros:

$$60 \quad 2A + H \quad 65$$

En el caso del Paraninfo no se cumple, y se puede comprobar que es bastante incómoda de recorrer.

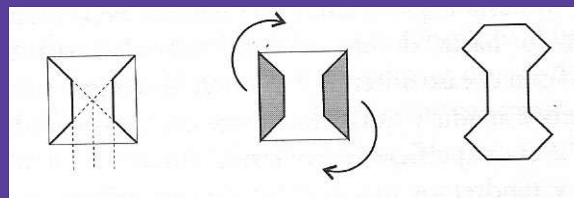
SIMETRÍA DE LA FACHADA

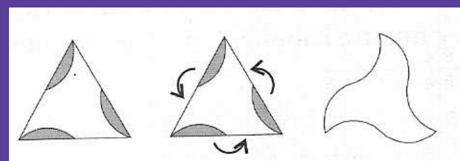
Casi todos los objetos tienen algún tipo de simetría, y en los casos en que no sucede así, suelen ser para utilizar con la mano derecha (tijeras, abrelatas,etc.). Desde hace poco tiempo se han incorporado a la vida cotidiana objetos especiales para zurdos.

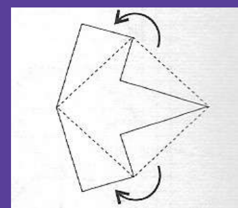
Ladrillos y mosaicos

Es uno de los temas recurrentes en la Ruta. Para que con polígonos con vértices coincidentes se pueda embaldosar, la suma de los ángulos que se juntan en un punto tiene que ser 360º (una vuelta completa), porque en otro caso no conseguiremos 'cerrar'. Por eso con los únicos polígonos regulares con que se puede embaldosar son con triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares (y en realidad como seis triángulos equiláteros forman un hexágono hay solo dos tipos, que son las llamadas 'tramas regulares': cuadrada y triangular). Si hay polígonos de dos o más tipos que intervienen en el mosaico la condición seguirá siendo que la suma sea 360º.

A partir de las tramas regulares se pueden hacer modificaciones en los ladrillos originales para variar la forma sin que cambie la superficie. En particular, para lograr los mosaicos de La Alhambra hay que seguir lo que muestran los esquemas siguientes.







TAPAS DE ALCANTARILLAS

Como dice el texto, las tapas redondas al ser de anchura constante, no se pueden caer dentro del hueco, y queremos profundizar en qué significa ese concepto. Pretendemos cuestionar certezas 'evidentes' que son falsas, como que solo hay una superficie de anchura constante. A pesar de que el Triángulo de Reuleaux (TR) tenga anchura constante, sus desventajas respecto al círculo se comprueba cuando se mira el movimiento de un vehículo: sería una marcha con 'bamboleo' (el que aparece en la foto de la página 11).

Nos podemos preguntar si hay otras superficies además del círculo o los TR. Y la respuesta sigue siendo afirmativa: si a partir de cualquier polígono regular de un número impar de lados (3,5,7,...) hacemos igual que con el TR tenemos otra superficie de anchura constante. En el caso de algunas monedas inglesas, como la de 50 peniques.

Las superficies de anchura constante se necesitan siempre que haya que pasar por una distancia o anchura fija en cualquier posición, como pasa con los botones (por el ojal, que parece que fue el origen de los TR) o las monedas (para las máquinas tragaperras), como sucede con las inglesas.

REJAS

El motivo mínimo si queremos llenar solo por traslación es el comprendido entre dos de los 'pájaros' de la parte superior. Si además utilizamos la simetría, la mitad de ese motivo.

NÚMEROS

OBSERVANDO NÚMEROS

Los expertos dicen que las funciones fundamentales de los números son tres: **medir** (pueden ver en el recorrido números con la hora marcada en los paneles informativos, por ejemplo), **ordenar** (los de las casas de las calles) y **codificar** (los de las rutas de autobuses o de teléfono). Se trata de que lleguen a esa clasificación a través de su reflexión sobre los números que ellos han encontrado. Es una tarea que requiere más tiempo que el de la visita pero que se puede iniciar aquí y continuar más tarde.

LA NUMERACIÓN DE LAS CASAS

En todas las calles de Zaragoza (y en la mayoría de las ciudades de nuestro país) se colocan los números impares de forma consecutiva en la acera de la izquierda, si nos situamos en el comienzo de la calle. Y los pares en la derecha. ¿Cuál es el criterio en las plazas? Es una ocasión para observarlo (pensad en el sentido de giro de las agujas del reloj).

FORMAS/SIMETRÍA

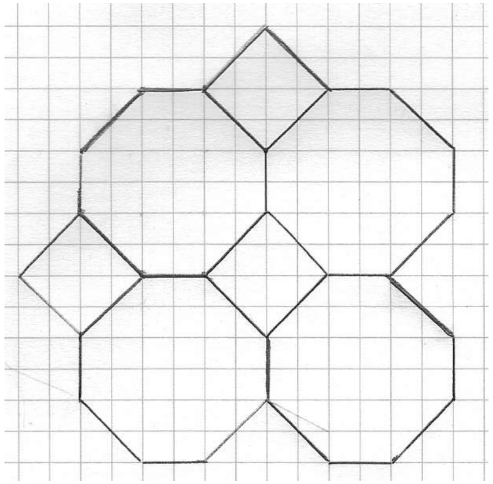
EL QUIOSCO CENTRAL

No es una pirámide y si lo parece es por el punto de vista en que está tomada la foto. Basta con colocarse en una posición lateral para ver que es un prisma triangular rematado a cada lado con dos medias pirámides.

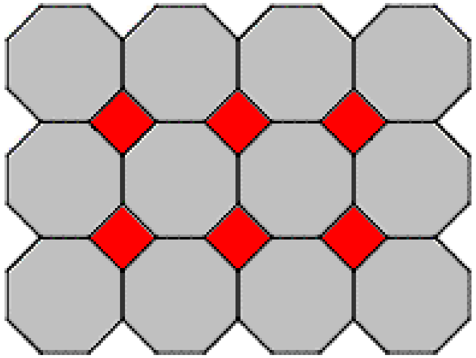
LLENAR EL PLANO

EL SUELO QUE PISAS / OTROS POSIBLES SUELOS

El mosaico existente en la Gran Vía y el Paseo de la Constitución (y en otras calles zaragozanas, como el Paseo Sagasta) está formado por cuadrados y octógonos irregulares (hay cuatro lados iguales a los de los cuadrados y otros cuatro mayores), que se pueden formar todos a partir de cuadrados y medios cuadrados. El Esquema es el siguiente:



Se puede hacer un mosaico con un cuadrado y dos octógonos regulares del mismo lado porque la suma de sus ángulos es 90º + 2*135º = 360º



FORMAS

LA CABINA DE TELÉFONOS

Es un ejemplo del paso del plano al espacio. Hacen falta cuatro tubos (cilindros), tres rectángulos (los cristales de tres lados) y cuatro triángulos (que forman la cubierta). Sobre las formas en el espacio pienso que lo más importante no es conocer el nombre concreto, sino ser consciente de su forma, que se puede traducir en saber rehacerlo, para lo que se proponen en esta ruta actividades en que se piden manuales de construcción de estructuras espaciales: esta de la cabina de teléfonos y más adelante el quiosco de la Once.

ESTADÍSTICA

NÚMERO DE VEHÍCULOS

Para poder contestar habría que hacer varias observaciones de los períodos y hallar la media de todos ellos.

FE DE ERRATAS

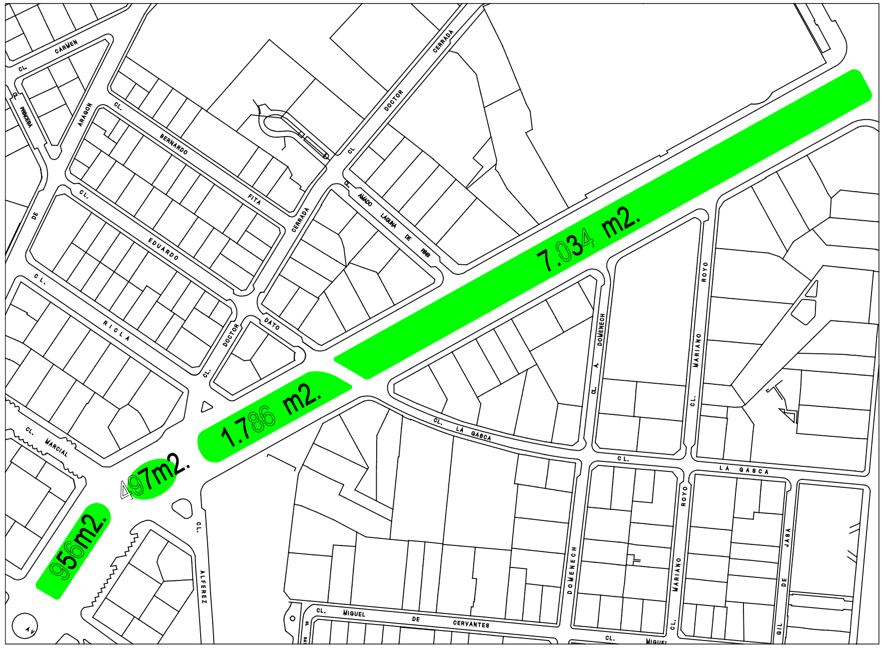
P 11.- **Anchura constante**

Dice: *Partimos de un triángulo equilátero de radio r y con centro en cada uno de los vértices hacemos un círculo de radio r que una los dos vértices opuestos.* Debería decir: ***Partimos de un triángulo equilátero de lado r y con centro en cada uno de los vértices trazamos tres arcos de círculo de radio r que unan los dos vértices opuestos***.

NÚMEROS

SUPERFICIE

La superficie en cada uno de los tramos está en la figura adjunta. Para tener una idea aproximada (que para la mayoría de los casos es suficiente) se pueden utilizar varios métodos. Por ejemplo se puede calcular con cuidado la superficie entre dos farolas y multiplicar por el número de las mismas. En cuanto a la gente que cabe, se puede ensayar en un metro cuadrado (que se puede marcar en el suelo) cuanta gente cabe con diferentes grados de *apretura* y multiplicar por la superficie.



LLENAR EL PLANO

AL ENTRAR AL CINE

El motivo mínimo es uno de los tres rombos que forman el ladrillo hexagonal. Pero considerando los ladrillos forman una trama hexagonal.

LLENANDO PAREDES

Como la suma de los ángulos de un triángulo cualquiera es 180º, colocando juntos los tres vértices de un triángulo suman esos 180º, luego con otros 3 triángulos iguales suman 360º, cerrando el plano.

CELOSÍA

El motivo de la celosía y de la reja es muy utilizado también en mosaicos. Como muestra tenemos la foto siguiente.

LOGOTIPOS / NÚMEROS

COCHES

El número de coches con matrículas cuyos números son todos diferentes es:

$$10*9*8*7 = 5.040$$

(para la primera cifra hay 10 posibilidades; para la segunda solo 9: cualquiera menos la primera; y así sucesivamente); luego el de los que tienen alguna repetida es

$$10.000 - 5.040 = 4.960$$

Como las cantidades son tan próximas, no es fácil que solo con la observación directa se pueda llegar a alguna conclusión válida.

LOGOTIPOS

TIENDA

La simetría que tiene el logotipo de Oysho se llama central. Decimos que una figura tiene un centro de simetría P cuando si elegimos un punto M cualquiera del contorno de la figura, lo unimos con P y prolongamos la recta, esta corta a la figura en otro punto N del contorno, cumpliéndose que P es el punto medio de MN.

En el logotipo de Oysho el centro P está en mitad de la letra S. Hay otros logotipos con simetría central, como NEW MAN (una marca de ropa) o SUN (de microelectrónica).

FORMAS

RUEDAS

La forma de todas esas ruedas son circunferencias con radios separados entre sí ángulos iguales. Si unimos los centros de los extremos de los radios (puesto que en las llantas de los coches tiene una anchura) resultan polígonos regulares de 6, 9, 5, 7 y 7 lados, respectivamente.

MONUMENTO

Para medir el diámetro de una esfera basta con colocarla entre dos planos paralelos tangentes a la misma y medir la distancia entre esos planos (pueden ser dos libros si es una pelota, pero necesitaremos algo mayor, como dos cartulinas o tableros en el caso del monumento).

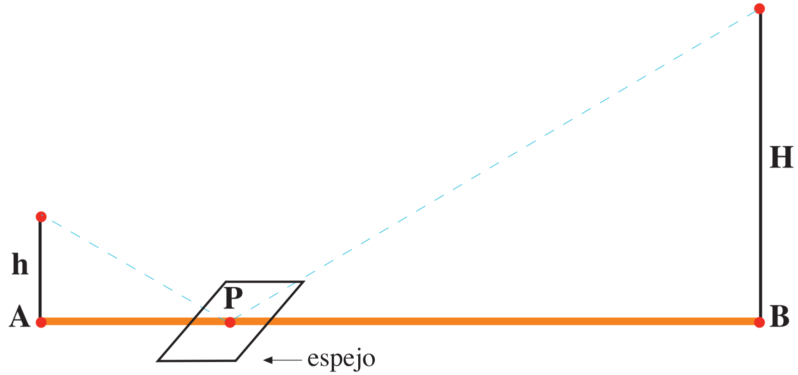
Respecto a la altura, se suele citar el método de la sombra: hallar la longitud de la sombra de una persona y la del monumento en el mismo momento, y puesto que las relaciones entre las alturas y la sombras es la misma, deducir la del monumento. Ese es un método que requiere sol y una sombra nítida (algo no muy habitual en este lugar de Zaragoza). Proponemos otro que puede hacerse en cualquier momento con un espejo.

Si queremos medir una altura H, elegimos una recta AB hasta la base del monumento y desde una altura h que podemos medir (que puede ser la de nuestro ojo) vamos moviendo un espejo hasta que veamos el extremo del monumento en el punto P. Como se tiene que

$$\frac{h}{AP} = \frac{H}{PB}$$

y podemos medir h, AP y PB, tendremos que

$$H = \frac{h \cdot PB}{AP}$$



La única dificultad del procedimiento es que tenemos que medir con cuidado todas las distancias y asegurarnos que el punto P donde decimos que vemos el extremo del monumento está situado allí exactamente. Por eso es conveniente entrenar previamente el proceso deduciendo una altura que podamos medir luego de forma directa para comprobar la exactitud de nuestras medidas (puede ser por ejemplo la altura de una clase).

En cuanto a los datos del Monumento a la Constitución, su autor es Florencio de Pedro Herrera, está construido utilizando acero inoxidable, bronce y granito negro. Tiene una altura de 10 metros, las bases de las pirámides son triángulos equiláteros de 2 m de lado y el diámetro de la esfera es de 1 m.

ESTADÍSTICA

ATASCOS

Cuando tengamos la media del número de coches que pasan cada vez podremos afirmar que la media a esa hora de un día laborable es la que hayamos encontrado (sería distinto, por ejemplo, en fines de semana). Para tener un pequeño informe de las consecuencias en el tráfico, habría que buscar las dimensiones (superficie) de coches normales y de los autobuses y hacer algunos cálculos que nos permitan saber la superficie ocupada por persona en cada caso (todos esos datos se pueden conseguir en Internet).

LOGOTIPOS

ROMBOS

A partir de un triángulo equilátero por simetría respecto a uno de sus lados se obtiene el rombo de los dos logotipos (los rombos tienen los ángulos iguales dos a dos; en los de estos logotipos son 60º y 120º). Una vez que tenemos un rombo se obtienen los logotipos por giros de centro ese vértice y ángulos 60º y 120º en el caso de CCM y de 120º y 240º en Mitsubishi.

FORMAS

UN COSO

De todas las figuras con el mismo perímetro la que tiene mayor superficie es el círculo. Por eso se ha usado una forma lo más próxima posible en los recintos amurallados, cuyo trazado era el actual Coso. También pasa con los 'cosos' taurinos o con otras calles emblemáticas, como el Ring (anillo) de Viena.

NÚMEROS

TIEMPO Y TEMPERATURA

El tiempo se mide en unidades sexagesimales, por tanto la una y media de mediodía se escribiría en notación decimal las 13,50 y no las 13,30 como se suele hacer, porque serían 13h + (30/100)*60 m = 13h 18m y no las 13h 30m.

FORMAS/LOGOTIPOS

OBJETOS POSIBLES E IMPOSIBLES

El logotipo de Helvetia se podría construir con tres prismas de sección trapezoidal, aunque tiene una apariencia de Tribar, que sí es imposible de construir.

FORMAS

PAPELERA

Exteriormente es un cilindro de revolución. Si solo consideramos la parte compacta, se puede obtener como revolución de un rectángulo alrededor de un eje paralelo a uno de sus lados

SIMETRÍA

PUERTA

Tiene una simetría respeto a un eje perpendicular al suelo

FORMAS

ANTENA

En el plano el único polígono rígido es el triángulo. Esa estructura en el espacio nos da el tetraedro, que también es rígido. Y con tetraedros están construidas muchas estructuras, como las grúas.

EL LEÓN DE CORREOS

En conjunto tiene una forma con un eje de simetría vertical. La forma del contorno es elíptica.

RODEANDO LOS ÁRBOLES

En la pieza metálica hay varios círculos concéntricos y cada una de las 'bandas' de la misma es una corona circular.

FORMAS/SIMETRÍA/LLENAR EL PLANO

PRIMERA FACHADA

En la fachada de Correos vemos otras formas de llenar el plano, muy frecuentes en edificios mudéjares o neomudéjares. En esas construcciones se utiliza como unidad constructiva el ladrillo (que viene a ser el equivalente mudéjar de los 'pixels' de las imágenes electrónicas).

PÁGINAS WEB

En Internet hay muchas páginas con interesantes actividades matemáticas. Se pueden utilizar muchas de las cosas de las que aparecen en la página 28 y a partir de ellas investigar en otras que tengan conexión con las que aquí se dan.